

Verfahren zur ressourcenbeschränkten Projektplanung

Vorlesung vom 29.11.2005: Einführung (RCPS)

- Konsistenztests, untere Schranken
- Integration: Datenstrukturen, GUI etc.
- Organisatorisches: Weiterer Ablauf + Themenvergabe

C.-U. Fündeling, Ch. Mellentien

**LS Prof. Dr. K. Neumann
Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research**

Universität Karlsruhe (TH)

Konsistenztests

Untere Schranken

Integration

Organisatorisches

- Ziel:
 - Verkleinerung des Suchraumes, um Suchaufwand (z.B. eines B&B-Verfahrens) zu verringern
- Vorgehensweise (exakt und ZF-unabh.):
 - logisches Kombinieren verschiedener Nebenbedingungen → Rückschluss auf zusätzliche Nebenbedingungen, Einschränkungen der Wertebereiche von Variablen
 - optimale Lösung bleibt erhalten!

$PS|temp, \bar{d}|f:$

- **two-element forbidden sets**, symmetric triples
- **(activity) interval capacity tests**
- **energy precedence test**

Konsistenztests

Untere Schranken

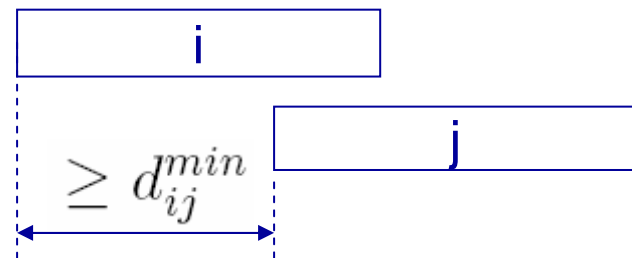
Integration

Organisatorisches

- Idee 1: Löse potentielle Ressourcenkonflikte vorzeitig auf, wenn nur eine Entzerrungsmöglichkeit gegeben ist

- Annahme: $F = \{i, j\}$ verboten

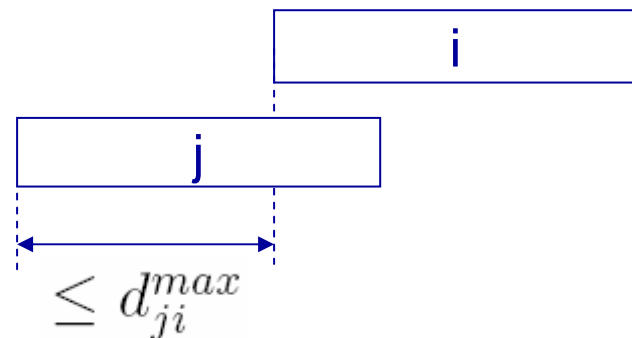
- Beispiel 1:



$$\Rightarrow p_i > d_{ij}^{min} = d_{ij} \geq 0$$

→ „i vor j“

- Beispiel 2:



$$\Rightarrow p_j > d_{ji}^{max} > 0$$

$$\Leftrightarrow -p_j < d_{ij} < 0$$

→ „i vor j“

- Analog: „j vor i“

Konsistenztests

Untere Schranken

Integration

Organisatorisches

- Test 1 (two-element forbidden sets):
 - Bestimme alle zwei-elementigen verbotenen Mengen
 - Überprüfe, ob
 - entweder $p_i > d_{ij} > -p_j \rightarrow$ „i vor j“
 - oder $p_j > d_{ji} > -p_i \rightarrow$ „j vor i“
 - Führe ggf. zusätzliche zeitliche Nebenbedingungen in das Projektnetzwerk ein
- Erweiterung auf drei-elementige Teilmengen der Vorgangsmenge möglich (symmetric triples)

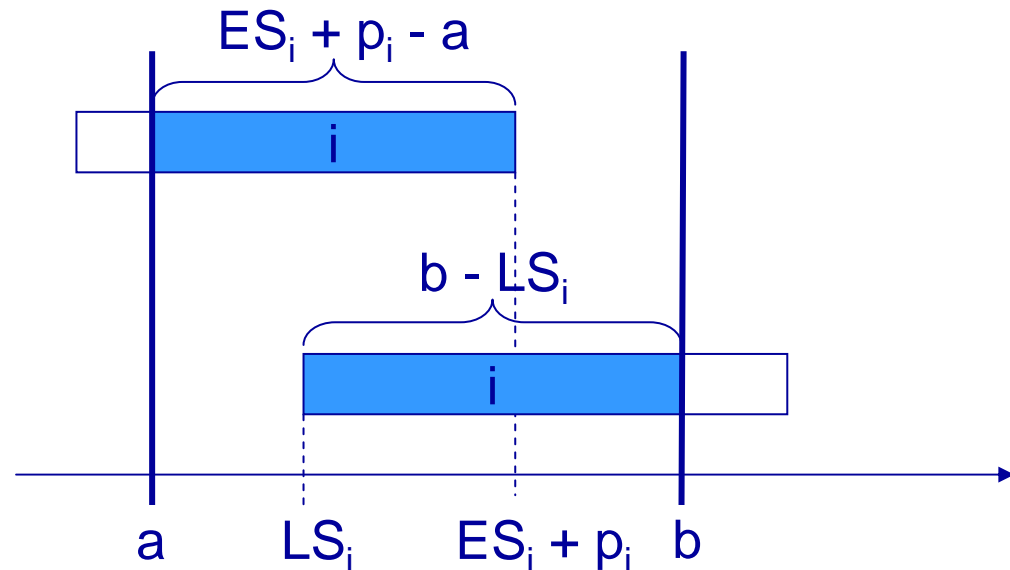
Konsistenztests

- Idee 2: Überprüfe, ob Arbeitsvolumina in bestimmten Intervallen ausführbar sind

Untere Schranken

Integration

Organisatorisches



➔ Mindestdauer von i im Intervall $[a, b]$:

$$p_i(a, b) := (\min(b - a, p_i, ES_i + p_i - a, b - LS_i))^+$$

➔ Mindestarbeitsvolumina in $[a, b]$:

$$w_k(a, b) := \sum_{i \in V} r_{ik} p_i(a, b) \quad (k \in \mathcal{R})$$

Konsistenztests

- Test 2: Sei $ES^U = \min_{j \in U} ES_j$, $LC^U = \max_{j \in U} LC_j$

Untere Schranken

- Falls eine zul. Lösung existiert, gilt

$$w_k(ES^U, LC^U) = \sum_{j \in U} r_{jk} p_j \leq (LC^U - ES^U) R_k$$

Integration

- Sei nun $\overline{ES}_i := \min_{j \in U \setminus \{i\}} ES_j$

- Falls $\sum_{j \in U} r_{jk} p_j > (LC^U - \overline{ES}_i) R_k$ für ein

$i \in U$ und ein $k \in \mathcal{R}$

→ i muss vor allen anderen Vorgängen aus U starten!

- Analog lassen sich 3 weitere Fälle betrachten

Konsistenztests

Untere Schranken

Integration

Organisatorisches

- Idee 3: (Implizierter) Mindestabstand zwischen zwei Vorgängen erfordert Abarbeitung gewisser Arbeitsvolumina
- Beispiel: Vorgänge i und j mit $d_{ij} \geq p_i$
 - Zwischen S_i und S_j muss auf jeder Ressource $k \in \mathcal{R}$ in jedem Fall das Arbeitsvolumen $r_{ik}p_i$ abgearbeitet werden
 - Benötigte Dauer: $\max_{k \in \mathcal{R}} \lceil r_{ik}p_i / R_k \rceil$
- → Test3: Für jeden zulässigen Schedule muss gelten:

$$S_j \geq \min_{i \in V: d_{ij} \geq p_i} ES_i + \max_{k \in \mathcal{R}} \left[\sum_{i \in V: d_{ij} \geq p_i} r_{ik}p_i / R_k \right]$$

Konsistenztests

Untere Schranken

Integration

Organisatorisches

- Einsatz
 - vor Anwendung von Lösungsverfahren (Preprocessing)
 - in Knoten des Enumerationsbaums eines Branch-and-Bound-Verfahrens, z.B. beim relaxation-based approach
 - mit geeigneten Modifikationen auch in Prioritätsregelverfahren
- Input-/Outputdaten:
 - Distanzmatrix (+ Order network)

Konsistenztests

Untere
Schranken

Integration

Organisatorisches

- Untere Schranken für den opt. ZF-Wert:
 - Abschätzung der Lösungsgüte heuristischer Lösungen
 - Steuerung des Enumerationsprozesses in B&B-Verfahren

- Bestimmung abhängig von der ZF:
 - $PS \mid temp, \bar{d} \mid WET$:
 - triviale untere Schranke
 - LP-Relaxation
 - $PS \mid temp, \bar{d} \mid RAC$:
 - Intervallkapazitäten (einschließlich trivialer unterer Schranke)
 - kritische/teilkritische Vorgänge

Konsistenztests

- $PS \mid temp, \bar{d} \mid WET$

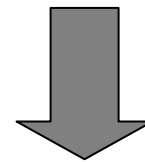
= Minimiere gewichtete Verfrühung + gewichtete Verspätung jedes Vorgangs

Untere Schranken

Integration

- Verfrühung minimal, falls Vorgang spätestmöglich gestartet wird
- Verspätung minimal, falls Vorgang frühestmöglich gestartet wird

Organisatorisches



$$LB_0^{WET} := \sum_{j \in V} (w_j^E [d_j - LC_j]^+ + w_j^T [EC_j - d_j]^+)$$

(triviale untere Schranke)

Konsistenztests

- Formulierung von $PS|temp, \bar{d}|f$ mit Hilfe der Variablen

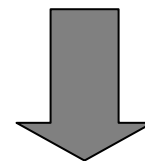
$$x_{jt} := \begin{cases} 1, & \text{falls } t = S_j \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \begin{matrix} (j \in V, \\ t = ES_j, \dots, LS_j) \end{matrix}$$

Integration

als **binäres** LP möglich, z.B. Zeit-NB:

$$S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad (\langle i, j \rangle \in E)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{\tau=ES_j}^{LS_j} \tau x_{j\tau} - \sum_{\tau=ES_i}^{LS_i} \tau x_{i\tau} \geq \delta_{ij} \quad (\langle i, j \rangle \in E)$$



LB_{LP}^{WET} = Lösung der LP-Relaxation
einer solchen Formulierung:

$$0 \leq x_{jt} \leq 1 \quad (j \in V, t = ES_j, \dots, LS_j)$$

Organisatorisches

Konsistenztests

Untere
Schranken

Integration

Organisatorisches

- Lösung der LP-Relaxation führt ebenfalls zu unterer Schranke, jedoch:
- Experimentelle Tests lassen geringe Güte vermuten
- Alternative Ansätze (Intervallkapazitäten, kritische/teilkritische Vorgänge)
- $PS \mid temp, \bar{d} \mid RAC$ = Minimiere Kosten der Anpassung des Ressourcenverbrauchs
- $PS \mid temp, \bar{d} \mid RIC$ = Minimiere Kosten der Ressourcenbeschaffung (Resource Investment Cost)
- $\Rightarrow LB^{RIC} \leq f^{*,RIC} \leq f^{*,RAC}$ (bei Kostenfaktoren $c_k = c_k^+ + c_k^-$ ($k \in \mathcal{R}$))

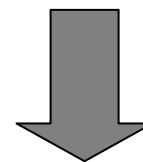
Konsistenztests

Untere
Schranken

Integration

Organisatorisches

- Intervallkapazitäten – Grundidee:
 - Bestimme Mindestarbeitsvolumina in Intervall $[a,b)$: $w_k(a,b)$ ($k \in \mathcal{R}$)
 - Bestimme Anzahl relevanter Zeitpunkte im Intervall $[a,b)$



triviale untere Schranke:

$$LB_0^{RIC} := \sum_{k \in \mathcal{R}} c_k \left\lceil \frac{w_k(0, \bar{d})}{d} \right\rceil$$

Konsistenztests

Untere
Schranken

Integration

Organisatorisches

- Verfeinerungen:

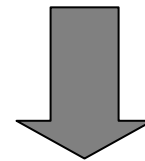
- Betrachte nur Zeitpunkte in $[0, \bar{d})$, zu denen Ressource k potentiell beansprucht wird.

Sei dazu

$$\mathcal{B}_k := \{0, \dots, \bar{d}\} \setminus \bigcup_{\substack{j \in V \\ r_{jk} > 0}} \{ES_j, \dots, LC_j\}$$

die Menge der Zeitpunkte, zu denen Ressource k **nicht** beansprucht werden kann.

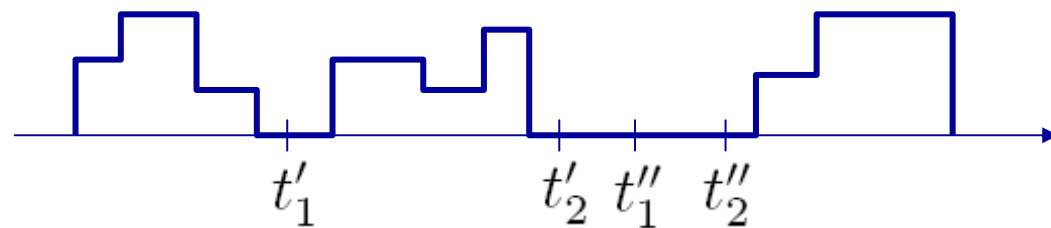
- Die Kapazität der Ressource k muss mindestens der größten Inanspruchnahme der Ressource k entsprechen



$$LB_{IC1}^{RIC} := \sum_{k \in \mathcal{R}} c_k \max\left(\max_{j \in V} r_{jk}, \left\lceil \frac{w_k(0, \bar{d})}{\bar{d} - |\mathcal{B}_k|} \right\rceil\right)$$

Konsistenztests

- Spez. Schranken für $PS \mid temp, \bar{d} \mid RAC$:
 - Inanspruchnahme der Ressource k zu jedem Zeitpunkt $t \in \mathcal{B}_k = 0$
 - Zwischen je zwei Zeitpunkten $t_1, t_2 \in \mathcal{B}_k$ erfolgt möglicherweise ein „Aufwärtssprung“:



$LB_{IC9}^{RAC} =$ kostenbewertete Summe der Höhen derartiger Aufwärtssprünge

- Weitere Verfeinerungen der Schranken für RIC und RAC durch Betrachtung bestimmter Intervalle

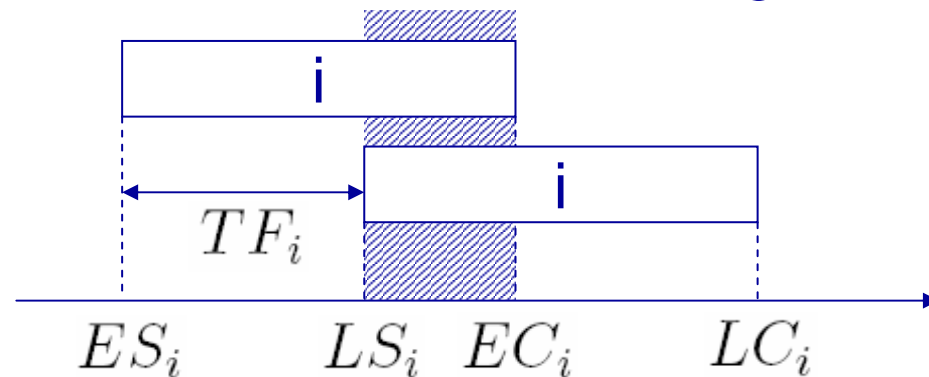
Konsistenztests

- Kritische/Teilkritische Vorgänge (V^b):

– i ist kritisch $\Leftrightarrow TF_i := LS_i - ES_i = 0$

– i ist teilkritisch $\Leftrightarrow 0 < TF_i < p_i$

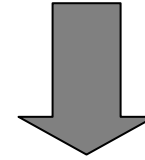
→ ein (teil-)kritischer Vorgang i besitzt nicht-leeres **base time interval** $[LS_i, EC_i)$, während dessen er in Ausführung sein muss:



→ **base resource profile:**

$$r_k^b(t) := \sum_{\substack{j \in V^b \\ LS_j \leq t < EC_j}} r_{jk} \quad (t = 0, \dots, \bar{d}, k \in \mathcal{R})$$

Konsistenztests



$$LB_{IC5}^{RIC} := \sum_{k \in \mathcal{R}} c_k \max_{t=0, \dots, \bar{d}} r_k^b(t)$$

Untere
Schranken

- Verfeinerungen:
 - Einplanung eines nicht(teil)kritischen Vorgangs zusätzlich zu den Vorgängen aus V^b
 - Beschränkung auf bestimmte Intervalle
- Themen im SW-Praktikum: Eine Gruppe
 - Implementierung der vorgestellten Konsistenztests
 - Implementierung von unteren Schranken für $PS \mid temp, \bar{d} \mid WET$ und $PS \mid temp, \bar{d} \mid RAC$
 - Hilfsfunktion für andere Gruppen

Integration

Organisatorisches

Konsistenztests

- Zusammenführung der einzelnen Lösungsverfahren in einem „Planungstool“

Untere Schranken

- Einheitliche Schnittstelle für alle Verfahren

- Datenstrukturen

- (Ordnungs-)Netzwerke
- Ordnungen
- Spanning Trees
- Ressourcenprofil
- Statistische Auswertung (Lösung und Lösungsweg)

- Funktionen

- Verwaltung der Testinstanzen (Einlesen etc.)
- Längste-Wege-Bestimmung (Tripel-Algorithmus, Update etc.)

Integration

Organisatorisches

- Benutzeroberfläche (GUI)
 - Auswahl der Verfahren und Testinstanzen
 - (Statistische) Auswertung von Ergebnissen
 - Graphische Visualisierung von Ergebnissen
 - Gantt-Chart
 - Ressourcenprofil

⇒ Integrationsgruppe

Konsistenztests

Untere Schranken

Integration

Organisatori-
sches

- Weiterer Ablauf:
 - Einzeltermine mit Gruppen (Literatur etc.)
 - Einarbeitung der Gruppen
 - Erste Zwischenpräsentation
 - Termin:
 - 10. Januar 2006
 - 11:30 – 13:00 Uhr + 14:00 – 15:30 Uhr!
 - **Anwesenheitspflicht!**
 - Dauer: 15-20 min pro Gruppe
 - Inhalt:
 - Darstellung der Lösungsverfahren
 - Schnittstellen mit anderen Gruppen (insb. Int.gruppe, Konsistenztests+LB)
 - Vorschläge der Int.gruppe zu Datenstrukturen und GUI
 - Implementierung: spez. Int.gruppe + Testinstanzen
- Themenvergabe!!!