

**Verfahren
zur
ressourcenbeschränkte Projektplanung**

Vorlesung vom 22.11.2005: Einführung (RCPS)

- Lokale Suche
- Meta-Heuristiken: Tabu Search & Simulated Annealing
- RCPS: Nachbarschaften

C.-U. Fündeling, Ch. Mellentien

LS Prof. Dr. K. Neumann

Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research

Universität Karlsruhe (TH)

- Kombinatorische Optimierung:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min} \quad F(x) \\ \text{u.d.N.} \quad x \in M \subseteq \mathbb{Z}_{\geq 0}^n \end{array} \right\} (P)$$

- Exakte Verfahren (z.B. Branch-and-Bound)
 - Vorteil: Lösung optimal
 - Nachteil: sehr lange Rechenzeiten
- Heuristische Verfahren
 - Vorteil: kurze Rechenzeiten, i.A. gute Lösung
 - Nachteil: Lösung suboptimal
 - Eröffnungsverfahren, z.B. Greedy-Verfahren (Prioritätsregelverfahren)
 - Verbesserungsverfahren, z.B. **lokale Suche und Meta-Heuristiken (Tabu Search, Simulated Annealing)**

- Ablauf:
 1. Starte mit beliebiger zulässiger Lösung x mit Zielfunktionswert $F(x)$
 2. Bestimme beste zulässige Lösung x' aus der „Umgebung“ („Nachbarschaft“)
 $U(x) \subset M$ von x
 3. Falls $F(x') < F(x)$
→ Setze $x := x'$ und gehe zu 2.
Sonst terminiere
- Verfahren findet **lokales** Optimum
- Definition der Nachbarschaft problem-spezifisch

- Beispiel:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } F(x) \\ \text{u.d.N. } 0 \leq x_1, x_2 \leq 9 \\ x \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^2 \end{array} \right\} (P) \quad \text{mit } F(\cdot) : \mathbb{Z}_{\geq 0}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung:

$$x = (0, 8)$$

Nachbarschaft:

$$x' \in U(x) \Leftrightarrow x'_1 = x_1 \pm 1 \text{ oder } x'_2 = x_2 \pm 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung:

$$x = (0, 8)$$

Nachbarschaft:

$$x' \in U(x) \Leftrightarrow x'_1 = x_1 \pm 1 \text{ oder } x'_2 = x_2 \pm 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung:

$$x = (0, 8)$$

Nachbarschaft:

$$x' \in U(x) \Leftrightarrow x'_1 = x_1 \pm 1 \text{ oder } x'_2 = x_2 \pm 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung:

$$x = (0, 8)$$

Nachbarschaft:

$$x' \in U(x) \Leftrightarrow x'_1 = x_1 \pm 1 \text{ oder } x'_2 = x_2 \pm 1$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Idee: Verharren in lokalen Optima soll vermieden werden
 - Lasse auch Verschlechterungen beim Zielfunktionswert zu
 - Vermeide jedoch Rückkehr zu bereits besuchten Lösungen, um Kreisen zu verhindern → Tabuliste L^{Tabu}
- Ergebnis: beste, „unterwegs“ gefundene Lösung
- Wichtiger Parameter: Max. Länge der Tabuliste L^{Tabu}

- Ablauf:
 1. Starte mit beliebiger zulässiger Lösung x mit Zielfunktionswert $F(x)$
 2. Bestimme beste zulässige Lösung x' aus der Umgebung $U(x) \setminus L^{Tabu} \subset M$ von x
 3. Setze $x := x'$, aktualisiere L^{Tabu} und gehe zu 2.

Terminiere nach vorgegebener Anzahl an Iterationen oder falls $U(x) \setminus L^{Tabu} = \emptyset$

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \emptyset$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2

Tabuliste $L^{Tabu} = \{(0, 8)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(0, 8), (1, 8)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(1, 8), (2, 8)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(2, 8), (2, 9)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(2, 9), (3, 9)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(3, 8), (3, 9)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Max. Länge der Tabuliste: 2
Tabuliste $L^{Tabu} = \{(2, 8), (3, 8)\}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
 → Verfahren kommt ins Kreisen, max. Länge der Tabuliste hier zu klein

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,00	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,46	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

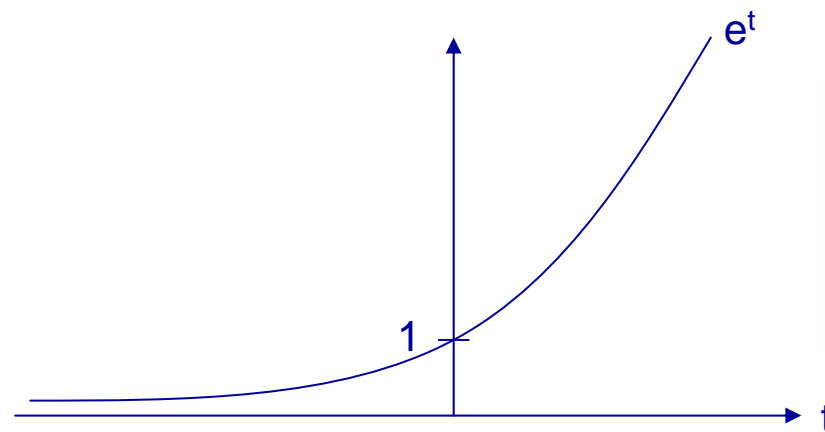
- Beispiel:
 - ➔ Verfahren kommt ins Kreisen, max. Länge der Tabuliste hier zu klein
 - ➔ Schon bei max. Länge von 3 wird „Ausweg“ gefunden

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,45	10,63	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,50	17,36	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,25	16,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

usw.

- Idee: Verharren in lokalen Optima soll vermieden werden
 - Lasse mit im Verfahrensverlauf abnehmender Wahrscheinlichkeit Verschlechterungen beim Zielfunktionswert zu („Annealing“ bedeutet in etwa „kontrolliertes Abkühlen“)
- Ergebnis: beste, „unterwegs“ gefundene Lösung
- Wichtiger Parameter: Abkühlungsparameter $c > 0$

- Ablauf:
 1. Starte mit beliebiger zulässiger Lösung x mit Zielfunktionswert $F(x)$
 2. Bestimme beste zulässige Lösung x' aus der Umgebung $U(x) \subset M$ von x
 3. Erzeuge $(0,1)$ -gleichverteilte Zufallszahl u
 4. Falls $e^{[F(x)-F(x')]/c} > u$ setze $x := x'$ und gehe zu 2.
Sonst terminiere



$$F(x) > F(x')$$

$$\Leftrightarrow [F(x) - F(x')]/c > 0$$

$$\Leftrightarrow e^{[F(x)-F(x')]/c} > 1 > u$$

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Parameter $c = 10$, Zufallszahl unerhebl.
(Halbierung von c in jeder Iteration)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Parameter $c = 5$, Zufallszahl unerhebl.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor

Parameter $c = 2,5$, Zufallszahl $u = 0,68$:

$e^{[15,60-16,03]/2,5} = 0,84 > 0,68 \rightarrow$ fahre fort

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:
Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor
Parameter $c = 1,25$, Zufallszahl unerhebl.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Beispiel:

Startlösung & Nachbarschaft wie zuvor

Parameter $c = 0,625$, Zufallszahl $u = 0,52$:

$e^{[15,51-16,03]/0,625} = 0,44 < 0,52 \rightarrow$ Terminiere

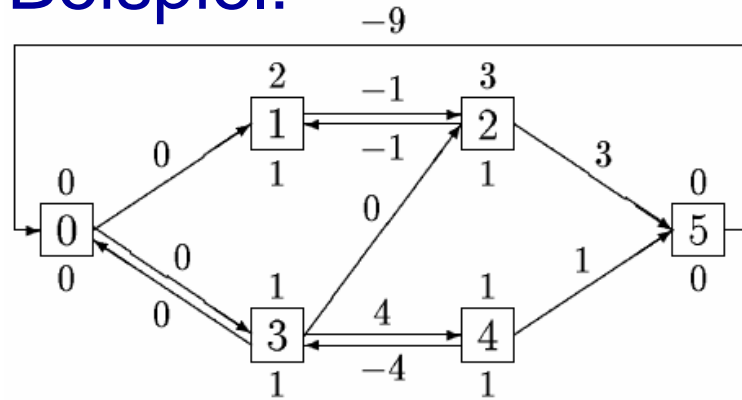
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10,00	10,00	11,00	12,00	12,00	13,00	14,00	17,00	18,00	19,00
1	12,00	9,00	8,00	11,00	11,50	14,25	16,13	18,06	16,76	16,02
2	14,00	13,50	8,75	10,88	11,19	11,72	13,92	17,99	15,60	16,03
3	14,00	12,75	11,75	11,31	11,25	11,48	12,70	17,35	18,43	15,51
4	14,00	12,38	14,06	10,69	12,97	10,23	10,46	15,91	19,17	19,38
5	14,00	13,19	12,63	13,66	14,31	12,27	11,37	12,64	16,90	18,14
6	15,00	13,09	10,86	10,26	11,29	11,78	13,57	11,10	14,00	14,07
7	16,00	16,55	14,70	12,48	12,88	13,33	11,45	9,28	10,64	10,36
8	16,00	16,27	15,49	11,98	13,43	13,38	13,42	9,35	7,99	8,18
9	16,00	15,14	14,31	14,15	15,79	12,59	11,00	8,17	10,08	9,13

- Wiederholung:
 - Allgemeines Prinzip zur Auflösung von Ressourcenkonflikten: Einführung von Ordnungselementen
 - $PS|temp, \bar{d}|WET$: Ressourcenrelaxation „leicht“ → B&B: relaxation-based approach (Enumerierung von zeitzul. Ordnungen)
 - $PS|temp, \bar{d}|RAC$: Ressourcenrelaxation NP-schwer → B&B: tree-based approach (Enumerierung von spanning trees)

- Idee zur Bildung von Nachbarschaften:
 - $PS|temp, \bar{d}|WET$: order-based neighborhood
 - $PS|temp, \bar{d}|RAC$: tree-based neighborhood

- Ausgangslösung:
 - Ordnung O
 - \leftrightarrow order network $N(O)$
 - \leftrightarrow zeitoptimaler Schedule $S(O)$, Bestimmung leicht für $PS|temp, \bar{d}|WET$ (Abstiegsverfahren)
- Nachbarschaft:
 - $S(O)$ zulässig \rightarrow entferne einzelnes Ordnungselement aus $O \rightarrow$ Nachbar O'
 - $S(O)$ nicht zulässig \rightarrow 2 Möglichkeiten:
 1. füge einzelnes Ordnungselement zwischen zwei Vorgängen aus verbotenem $\mathcal{A}(S(O), t)$ in O ein \rightarrow Nachbar O'
 2. entferne einzelnes Ordnungselement aus $O \rightarrow$ Nachbar O'

• Beispiel:

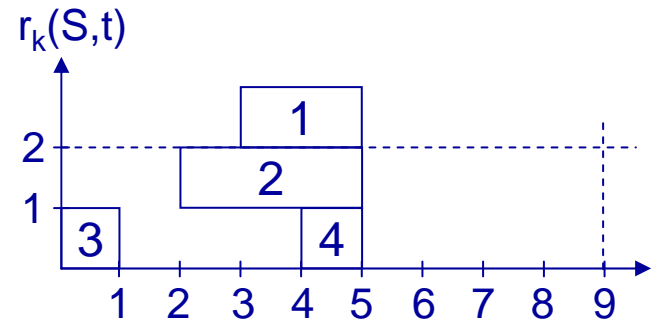


$R = 2$

$d_1 = d_2 = 5$

$w_1^E = w_2^E = w_1^T = w_2^T = 1$

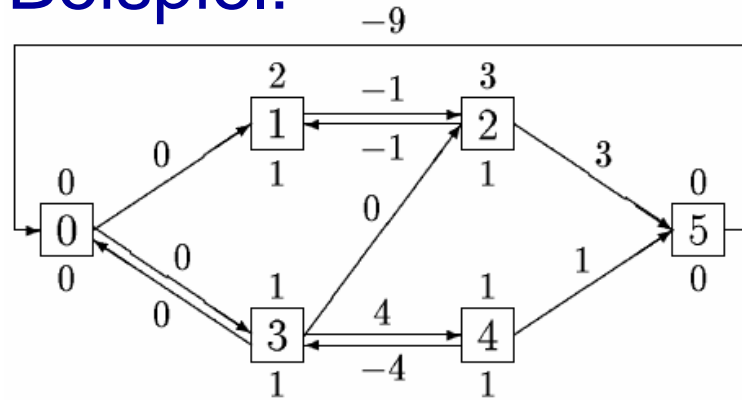
$O = \{(3, 1)\}$:



Nachbarn:

$O'_1 = \{(3, 1), (1, 4)\}$

• Beispiel:

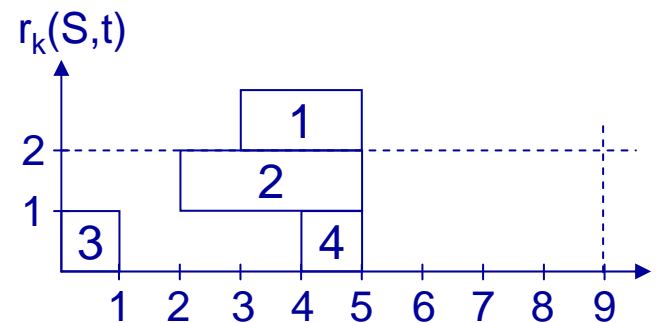


$R = 2$

$d_1 = d_2 = 5$

$w_1^E = w_2^E = w_1^T = w_2^T = 1$

$O = \{(3, 1)\}$:

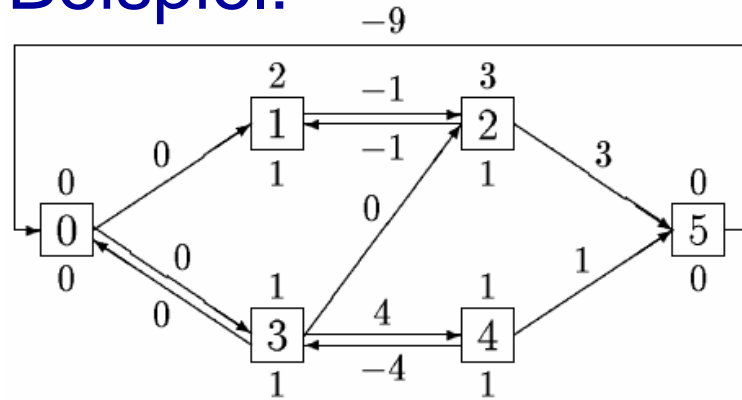


Nachbarn:

$O'_1 = \{(3, 1), (1, 4)\}$

$O'_2 = \{(3, 1), (2, 4)\}$

• Beispiel:

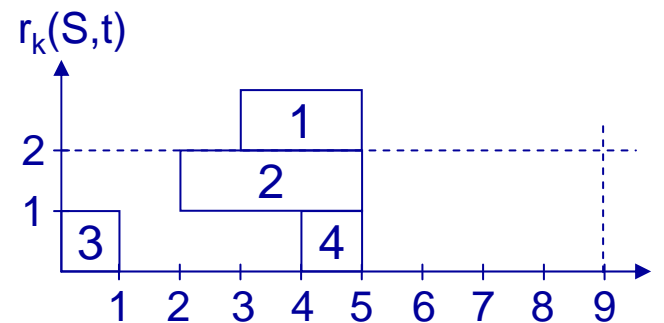


$R = 2$

$d_1 = d_2 = 5$

$w_1^E = w_2^E = w_1^T = w_2^T = 1$

$O = \{(3, 1)\}$:

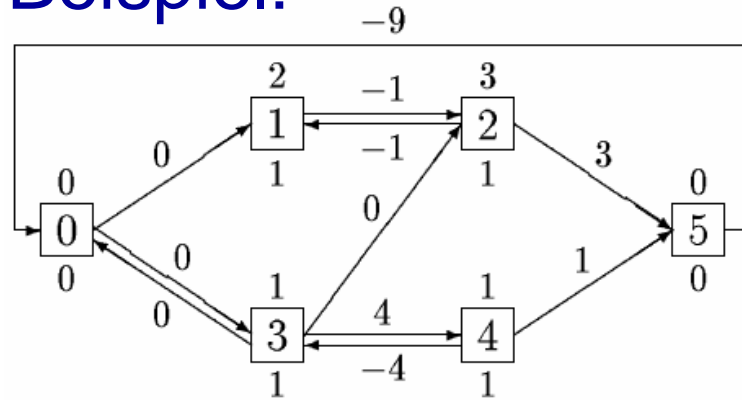


Nachbarn:

$O'_1 = \{(3, 1), (1, 4)\}$ $O'_3 = \{(3, 1), (4, 1)\}$

$O'_2 = \{(3, 1), (2, 4)\}$

• Beispiel:

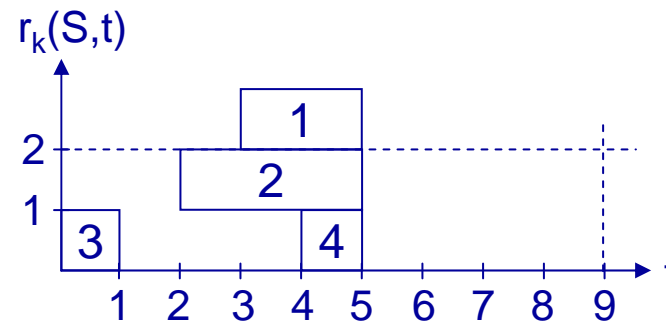


$R = 2$

$d_1 = d_2 = 5$

$w_1^E = w_2^E = w_1^T = w_2^T = 1$

$O = \{(3, 1)\}$:

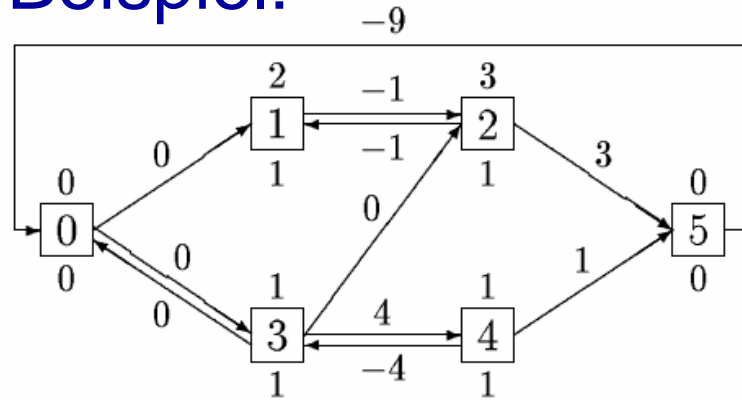


Nachbarn:

$O'_1 = \{(3, 1), (1, 4)\}$ $O'_3 = \{(3, 1), (4, 1)\}$

$O'_2 = \{(3, 1), (2, 4)\}$ $O'_4 = \{(3, 1), (4, 2)\}$

• Beispiel:

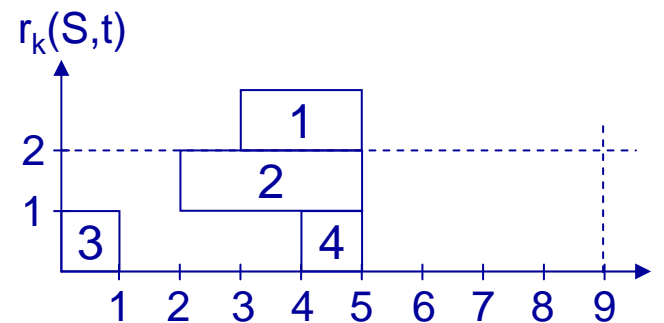


$R = 2$

$d_1 = d_2 = 5$

$w_1^E = w_2^E = w_1^T = w_2^T = 1$

$O = \{(3, 1)\}$:



Nachbarn:

$O'_1 = \{(3, 1), (1, 4)\}$ $O'_3 = \{(3, 1), (4, 1)\}$

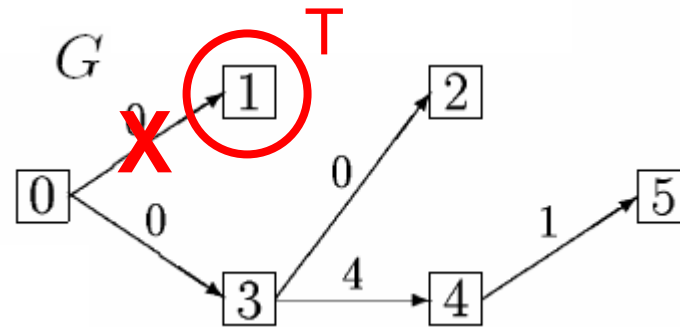
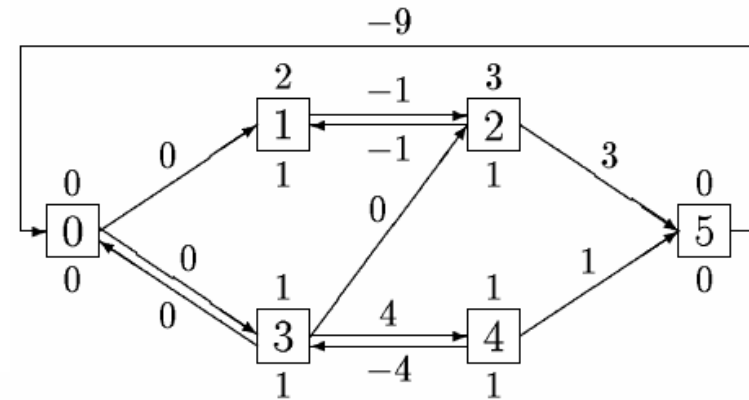
$O'_2 = \{(3, 1), (2, 4)\}$ $O'_4 = \{(3, 1), (4, 2)\}$

$O'_5 = \emptyset$

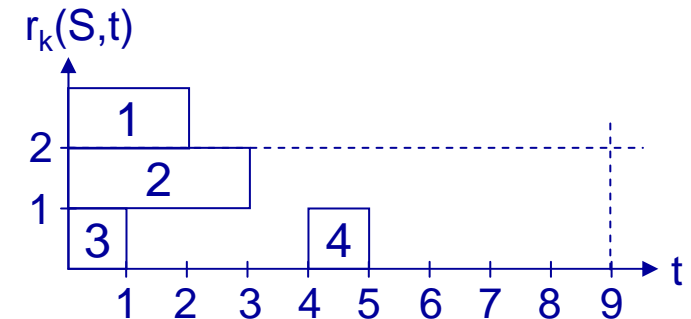
- Themen im SW-Praktikum: Eine Gruppe
 - Implementierung von Tabu Search und Simulated Annealing auf der Basis der order-based neighborhood für $PS \mid temp, \bar{d} \mid WET$

- Ausgangslösung:
 - Spanning tree G
 - \leftrightarrow Schedule S (Pfeile des spanning tree = bindende Nebenbedingungen!)
- Nachbarschaft \rightarrow 2-stufiges Vorgehen:
 1. **Entferne einen Pfeil** aus $G \rightarrow G$ zerfällt in zwei Teilbäume T_0 und T , wobei T_0 den (zeitlich fixierten!) Vorgang 0 enthalte
 2. Verschiebe T nach links und nach rechts, bis
 - entweder eine andere zeitliche Nebenbedingung
 - oder eine andere Vorrangbeziehung bindend wird \rightarrow **Füge neuen** bindenden **Pfeil** zu T_0 und T **hinzu** \rightarrow Nachbar G'

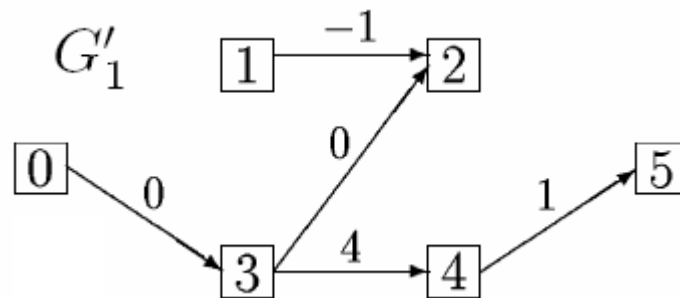
- Beispiel:



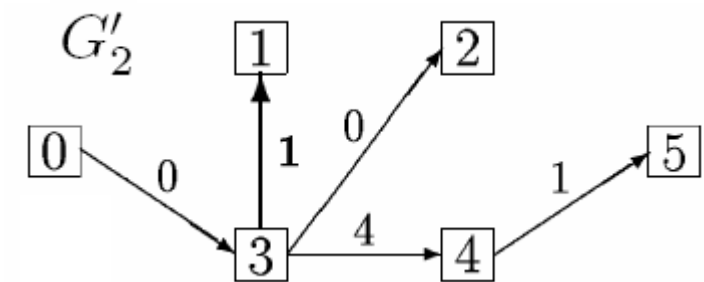
$\Rightarrow S = (0, 0, 0, 0, 4, 5)$



➔ 2 Nachbarn:

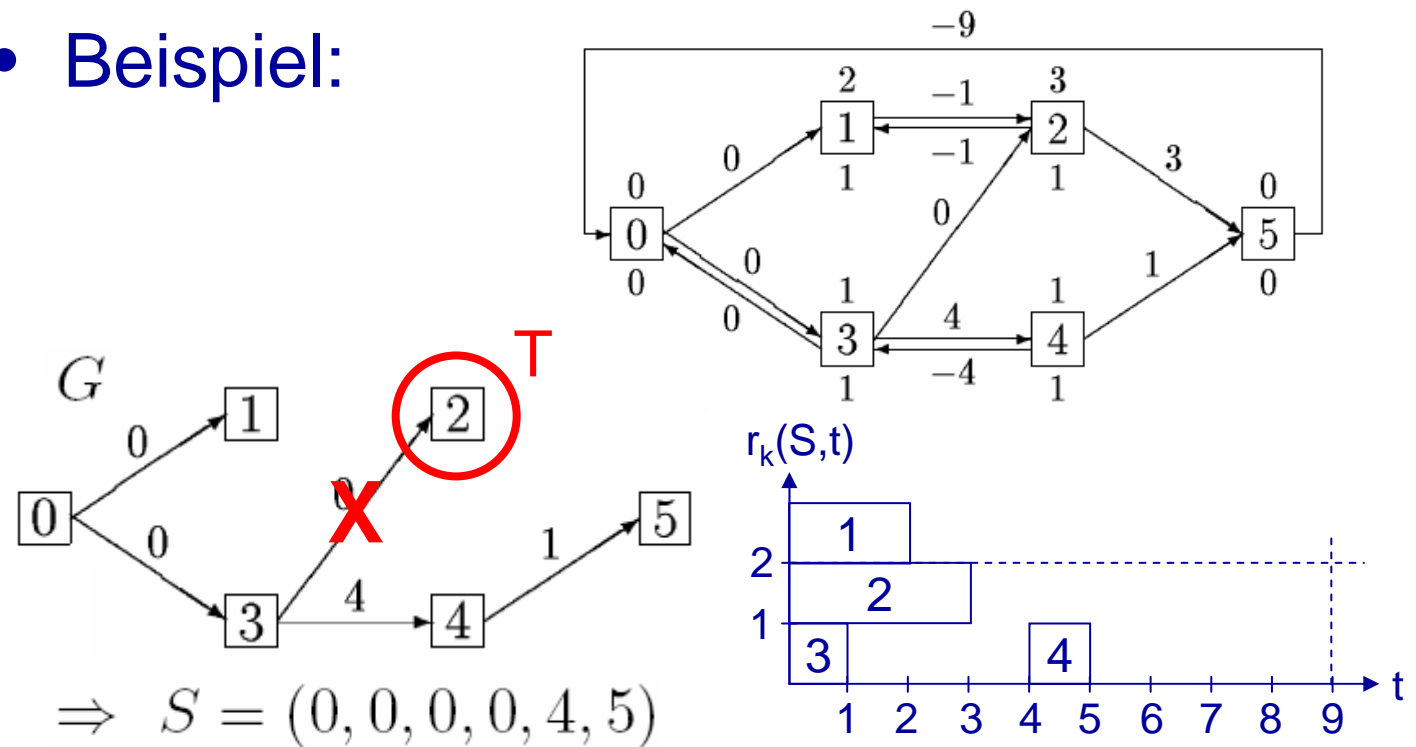


$\Rightarrow S'_1 = (0, 1, 0, 0, 4, 5)$



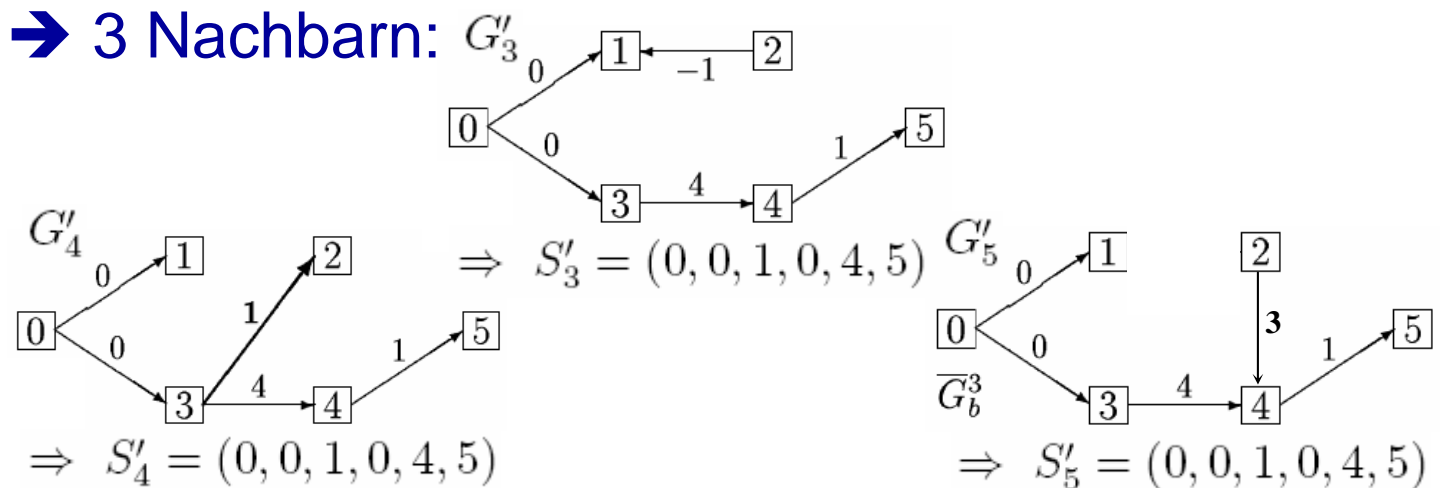
$\Rightarrow S'_2 = (0, 1, 0, 0, 4, 5)$

- Beispiel:

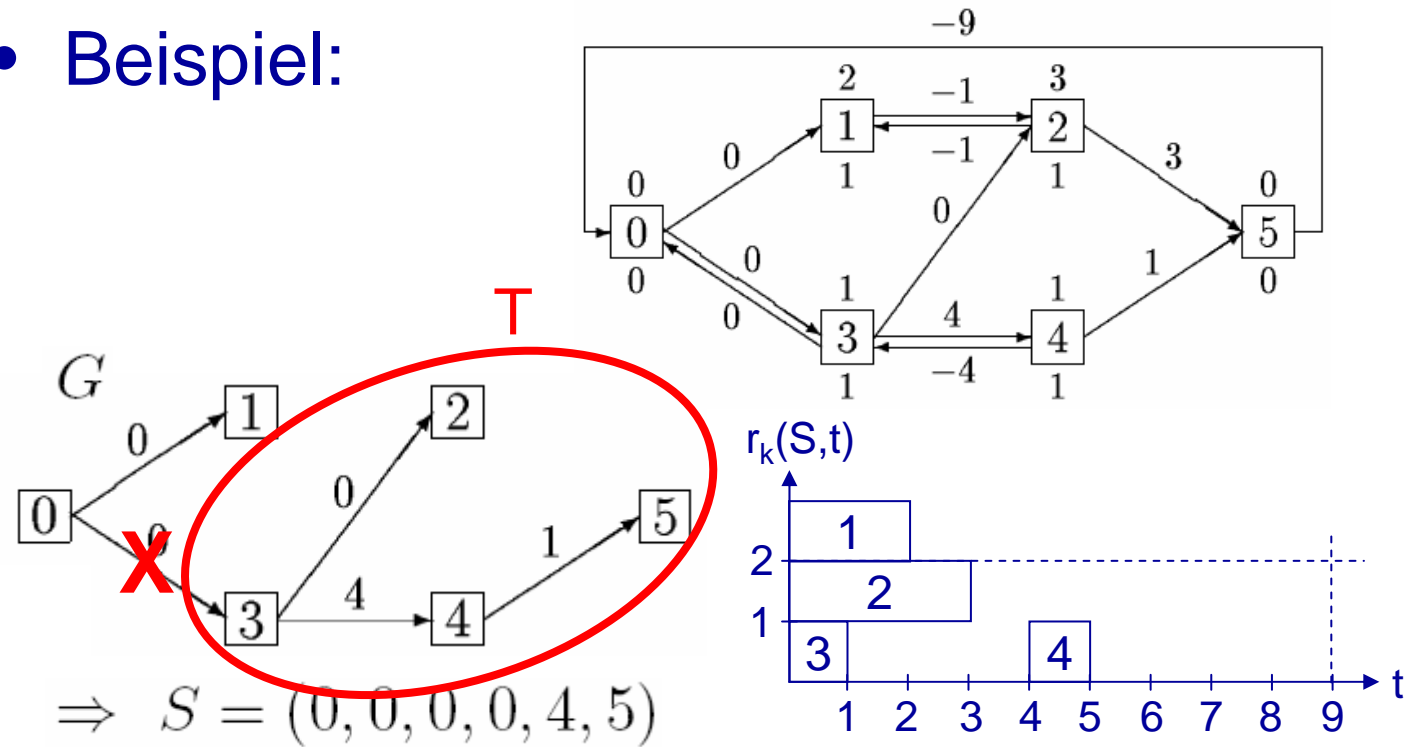


$\Rightarrow S = (0, 0, 0, 0, 4, 5)$

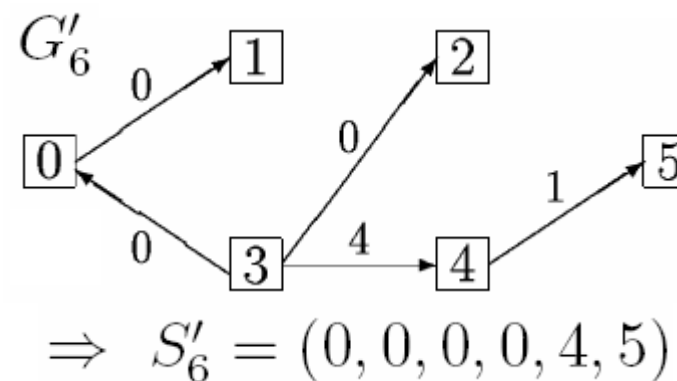
→ 3 Nachbarn:



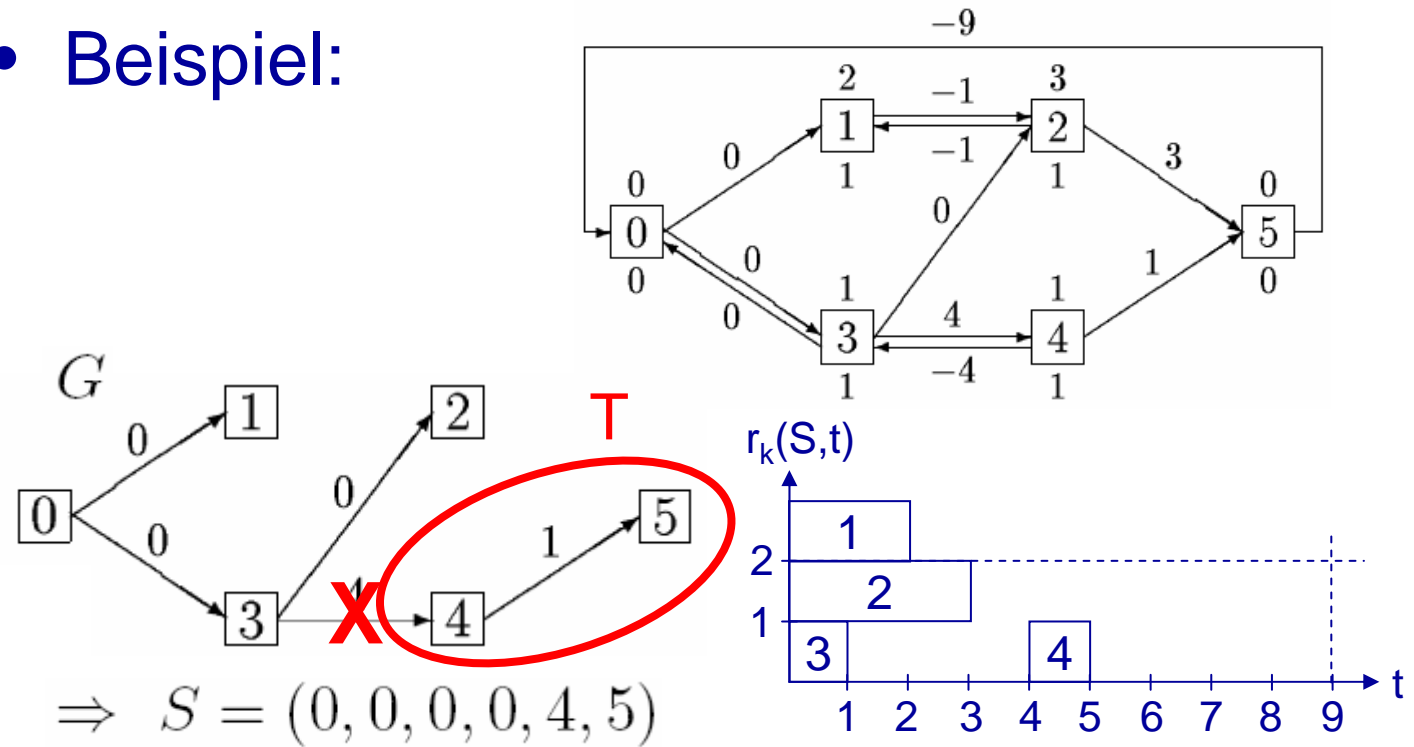
- Beispiel:



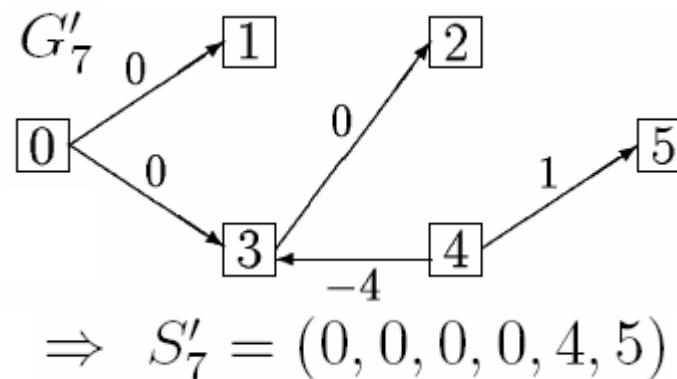
➔ 1 Nachbar:



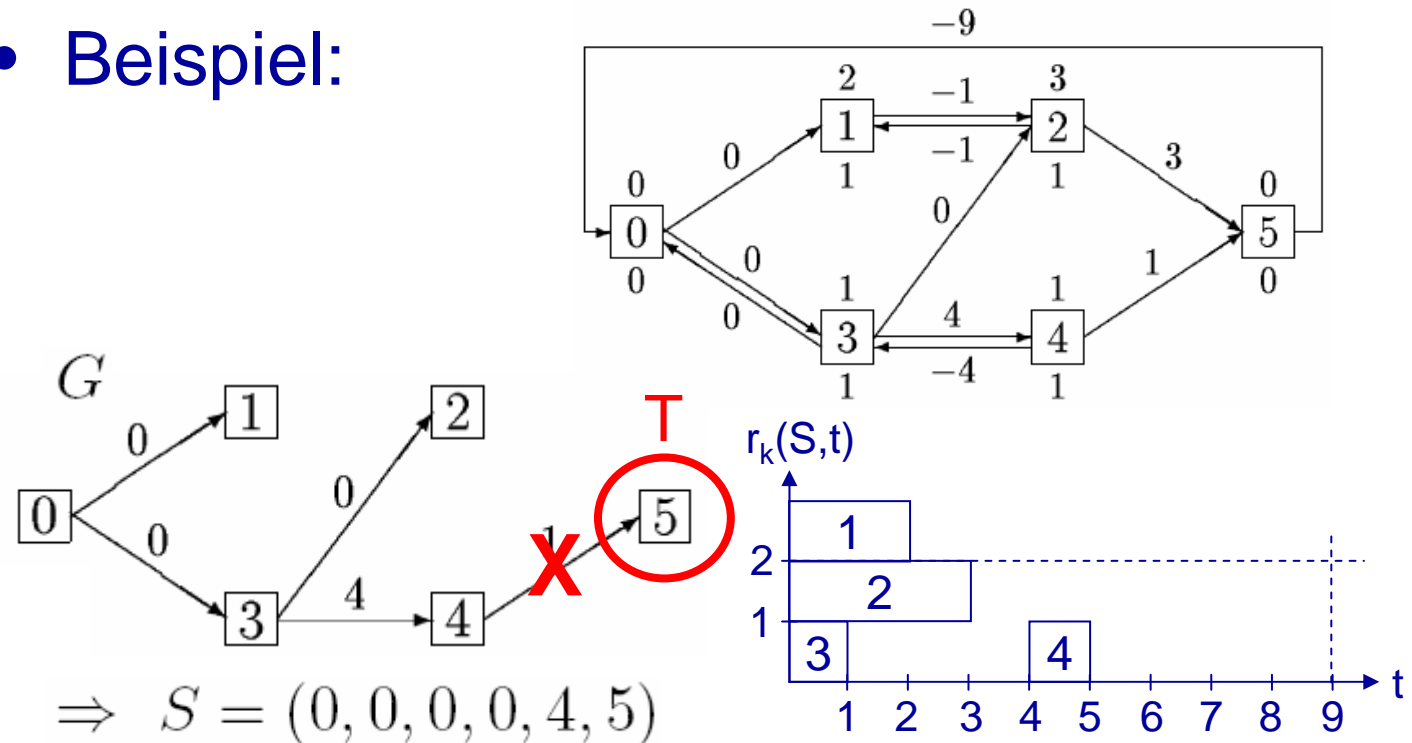
- Beispiel:



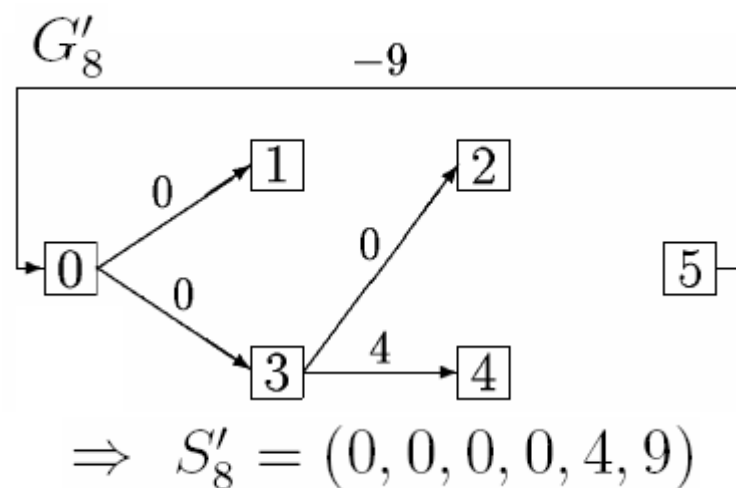
➔ 1 Nachbar:



- Beispiel:



→ 1 Nachbar:



- Themen im SW-Praktikum: Eine Gruppe
 - Implementierung von Tabu Search und Simulated Annealing auf der Basis der tree-based neighborhood für $PS \mid temp, \bar{d} \mid RAC$

- 29.11.:
Konsistenztests + untere Schranken
Gruppenvergabe!