

Algorithmus 1.5.3 (Lineare Optimierung—Dreiphasenmethode)

Phase 1

Schritt 1.1: Gilt $\hat{B} = \emptyset$, so gehe zu *Phase 2*. Andernfalls wähle irgendeinen Index $k \in \hat{B}$ aus, etwa k' . Die Zeile mit dem Index k' ist dann die Pivotzeile.

Schritt 1.2: Wähle irgendeine Spalte l mit $\gamma_{k'l} \neq 0$, etwa die Spalte mit dem Index l' , als Pivotspalte. Gilt $\gamma_{k'l} = 0$ für alle $l \in \mathcal{N}$, so sind zwei Fälle möglich:

(a) $x_{k'} = 0$: Die Gleichung mit dem Index k' ist von anderen Gleichungen linear abhängig und kann weggelassen werden. In diesem Fall streiche man die Pivotzeile und gehe zu *Schritt 1.1*.

(b) $x_{k'} \neq 0$: Die Gleichung mit dem Index k' widerspricht einer oder mehreren anderen Gleichungen. Das Optimierungsproblem hat keine zulässige Lösung.

Schritt 1.3: Vertausche in den Feldern ① und ② die Indizes k' und l' .

Schritt 1.4: Forme die Felder ③ bis ⑥ nach den Transformationsregeln (i) bis (iv) aus Abschnitt 1.2.2 um.

Schritt 1.5: Eliminiere die Pivotspalte (nach der Transformation!). Gehe zu *Schritt 1.1*.

Phase 2

Schritt 2.1: Gilt $x_k \geq 0$ für alle $k \in \mathcal{B}$, so gehe zu *Phase 3*. Andernfalls wähle irgendeinen Index $k \in \mathcal{B}$ mit $x_k < 0$ aus, etwa κ (Referenzindex).

Schritt 2.2: Gilt $\gamma_{\kappa l} \geq 0$ für alle $l \in \mathcal{N}$, dann hat das Optimierungsproblem keine zulässige Lösung. Andernfalls wähle man unter den negativen $\gamma_{\kappa l}$ mit $l \in \mathcal{N}$ das kleinste (bzw. bei mehreren unter diesen dasjenige mit dem kleinsten Index l) aus. Setze l' gleich dem Index der ausgewählten Zahl. Die Spalte mit dem Index l' ist die Pivotspalte.

Schritt 2.3: Setze $\mathcal{B}^+ := \{k \in \mathcal{B} \mid x_k \geq 0\}$. Ist $\mathcal{B}^+ = \emptyset$ oder gilt $\gamma_{\kappa l'} \leq 0$ für alle $k \in \mathcal{B}^+$, so setze $\sigma := \text{"wahr"}$ und $k' := \kappa$. Andernfalls setze $\sigma := \text{"falsch"}$, berechne $x_k / \gamma_{\kappa l'}$ für alle $k \in \mathcal{B}^+$ mit $\gamma_{\kappa l'} > 0$ und wähle unter diesen Zahlen die kleinste (bzw. bei mehreren kleinsten unter diesen diejenige mit dem kleinsten Index k) aus. Setze k' gleich dem Index k der ausgewählten Zahl. Ist mindestens ein x_k mit $k \in \mathcal{B}^+$ gleich 0, dann bestimme den Index k' gemäß der *Kleinsten-Index-Regel*. Die Zeile mit dem Index k' ist die Pivotzeile.

Schritt 2.4: Vertausche in den Feldern ① und ② die Indizes k' und l' .

Schritt 2.5: Forme die Felder ③ bis ⑥ nach den Transformationsregeln (i) bis (iv) aus Abschnitt 1.2.2 um. Falls $\sigma = \text{"wahr"}$ gilt, gehe zu *Schritt 2.1*. Falls $x_\kappa \geq 0$ gilt, gehe zu *Schritt 2.1*, andernfalls zu *Schritt 2.2*.

Phase 3

Phase 3 stimmt mit der primalen Simplexmethode (Algorithmus 1.3.1) überein.