3. Ganzzahlige und kombinatorische Optimierung

3.1 Ganzzahlige Optimierung

(G)

(L) = LP-Relaxation

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Min } F(x) = c^T x \\ \text{s.t. } \quad Ax = b \\ \qquad\qquad x \in Z_+^n \\ \qquad\qquad x \in \{0,1\}^n \end{array}\right.$$

(binäres Problem)

→ total unimodulare Matrix A, Gomory-Verfahren

3. Ganzzahlige und kombinatorische Optimierung

3.2 Branch-and-Bound-Verfahren

→obere Schranke B, untere Schranke b(s)

→ $M(s) = \{x \in M \mid x_j = s_j,\ x_j \text{ fixiert}\}$, Probleme P(s)

s P(s)

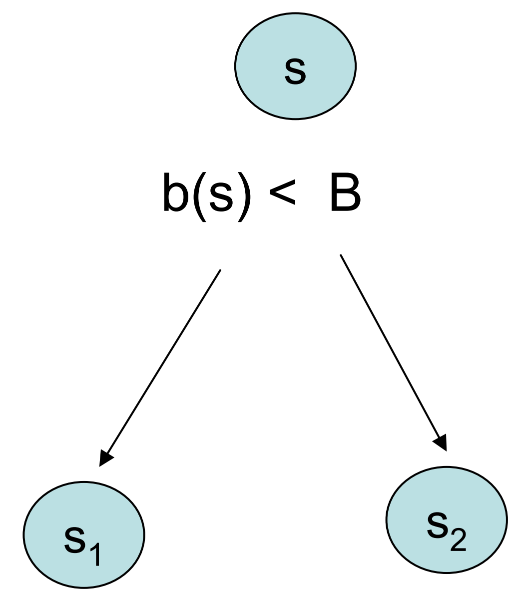
b(s) >= B

Knoten eliminiert

s

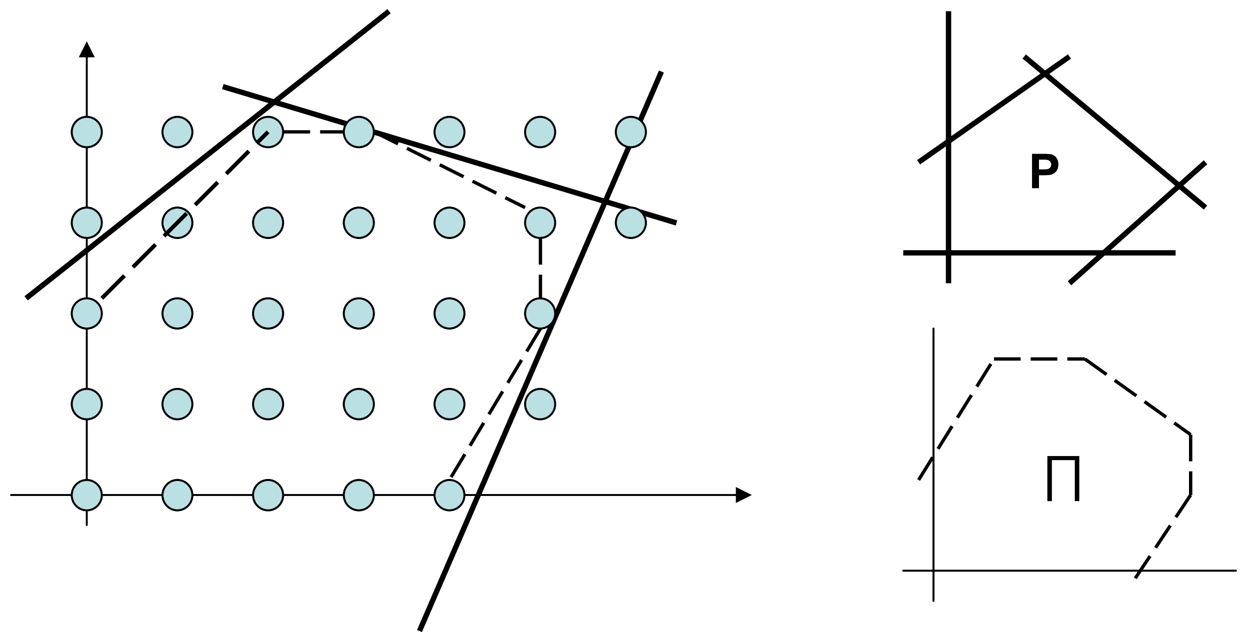
b(s) < B,
s = x für ein x in M

Knoten eliminiert,
$B = F(x)$, $x^+ = x$



→ FIFO-Strategie, LIFO-Strategie,
LLB-Strategie

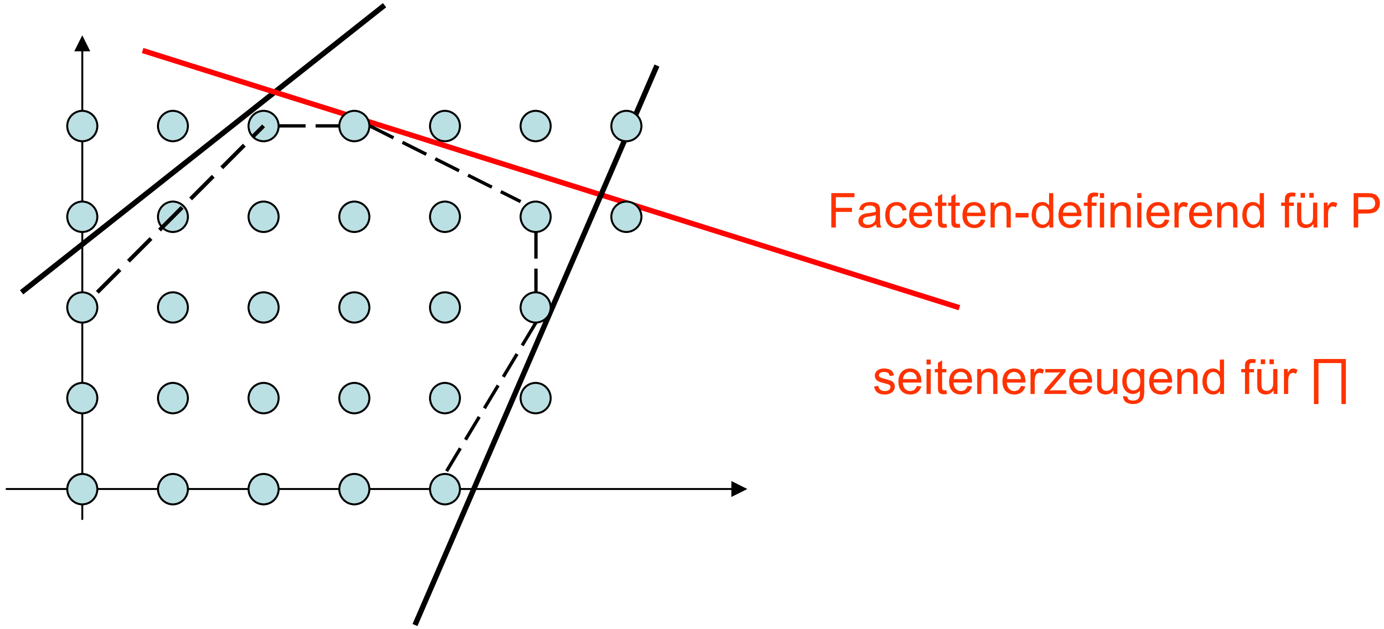
3.3 Branch-and-Cut-Verfahren



→Konstruiere Polyeder Q mit $\Pi \subset Q \subset P$, optimiere auf Q

→ Facette, Ecke, Seite von Π bzw. P, scharfe Schnitte

3.3 Branch-and-Cut-Verfahren

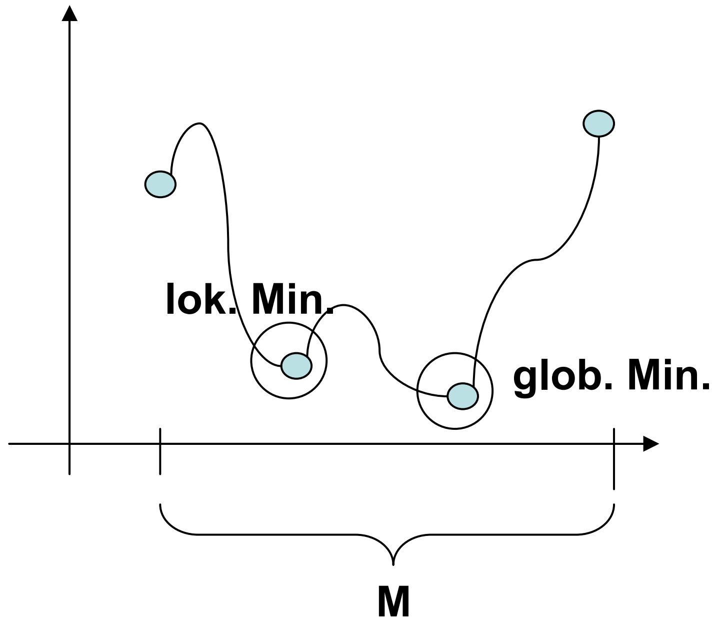


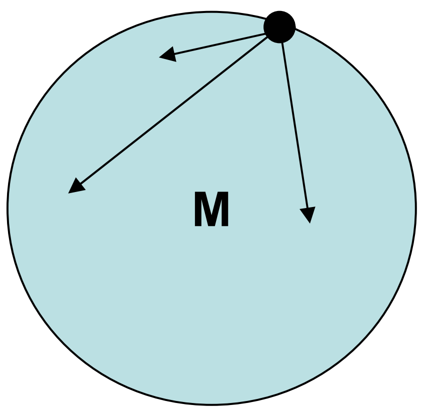
4. Nichtlineare Optimierung

$$\text{Min } F(x)$$
$$\text{s.t.} \quad x \in M$$

$\emptyset \neq M$

→ lokaler, globaler Minimalpunkt, zulässige Richtungen, Abstiegsrichtung, notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen





4.2. Konvexe Optimierungsprobleme

$$
\begin{aligned}
&\operatorname{Min} F(x) \\
&\text{s.t.} \quad f_i(x) \le 0 \quad (i = 1,..,m) \\
&\qquad\quad F, f_i \text{ konvex}
\end{aligned}
$$

→ hinreichendes Optimalitätskriterium, Lagrange-Funktion, Karush-Kuhn-Tucker-Bed (2 Typen), Slaterbedingung

4.3. Lösungsverfahren für nichtlineare Opt.probleme

4.3.1. Eindimensionale Minimierung

F unimodal → Verfahren des Goldenen Schnittes
F streng konvex, F zweimal stetig diffbar → Netwon-Verfahren (schneller)

4.3.2. Unrestringierte mehrdimensionale Opt.probleme

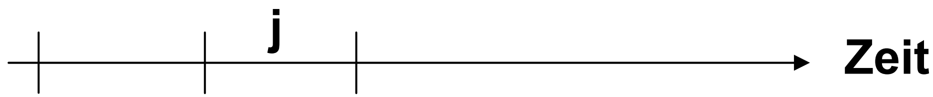
→ Verfahren des steilsten Abstiegs, Newton-Verfahren

4.3.3. Restringierte mehrdimensionale Opt.probleme

→ Verfahren der zulässigen Abstiegsrichtungen, Minimiere F in jedem Iterationsschritt in einer Dimension

5. Dynamische und stochastische Modelle und Methoden

5.1. Dynamische Optimierung



x_j = Zustandsvariablen (j=1,..n)
u_j = Entscheidungs- od. Steuervariable
$g_j(x_j,u_j)$ Kosten , $x_{j+1} = f_j(x_j,u_j)$
X_j Zustandsbereich, $U_j(x_j)$ Steuerbereich
$(u_1,\ldots,u_n)$ Politik

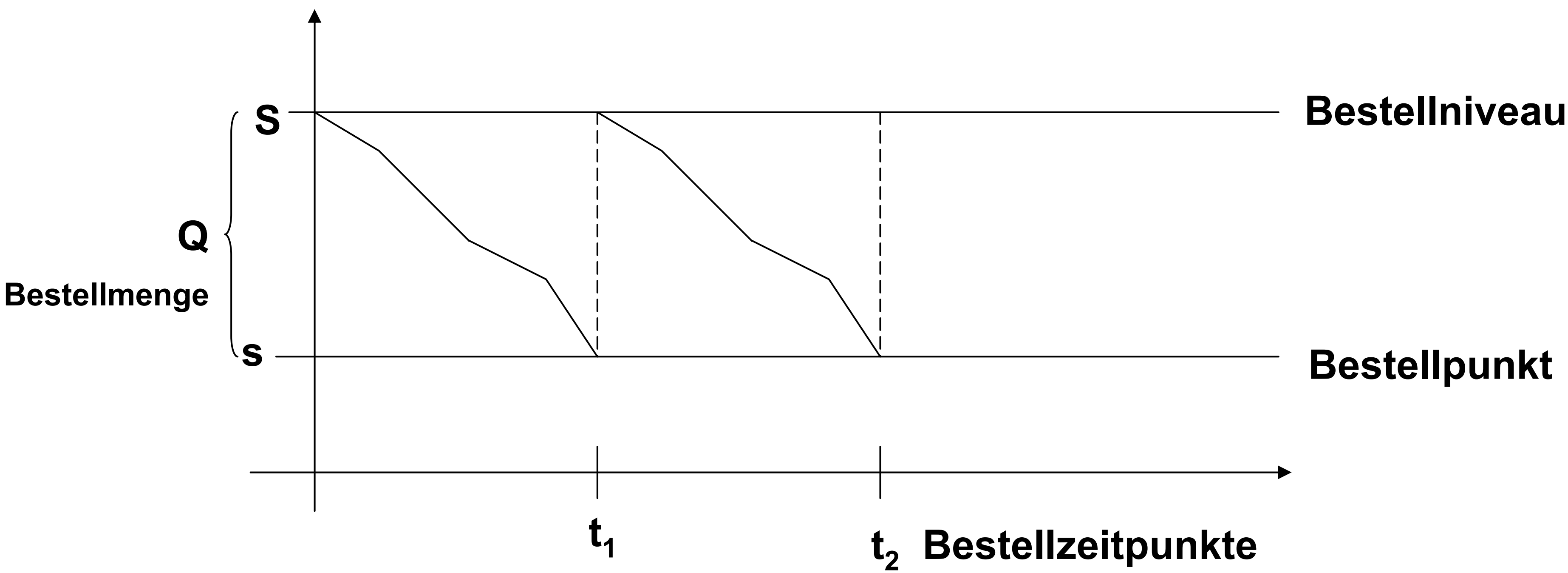
→ Bellmansche Funktionalgleichung, Bellmansches Optimalitätsprinzip, Bellmansche Funktionalgleichungsmethode, Version I, Version II

5. Dynamische und stochastische Modelle und Methoden

5.2 Lagerhaltung

5.2.1 klassisches Losgrößenmodell, EOQ-Modell

→ mit Fehlmengen, ohne Fehlmengen



5. Dynamische und stochastische Modelle und Methoden

5.2.2 Deterministisches dynamisches Modell

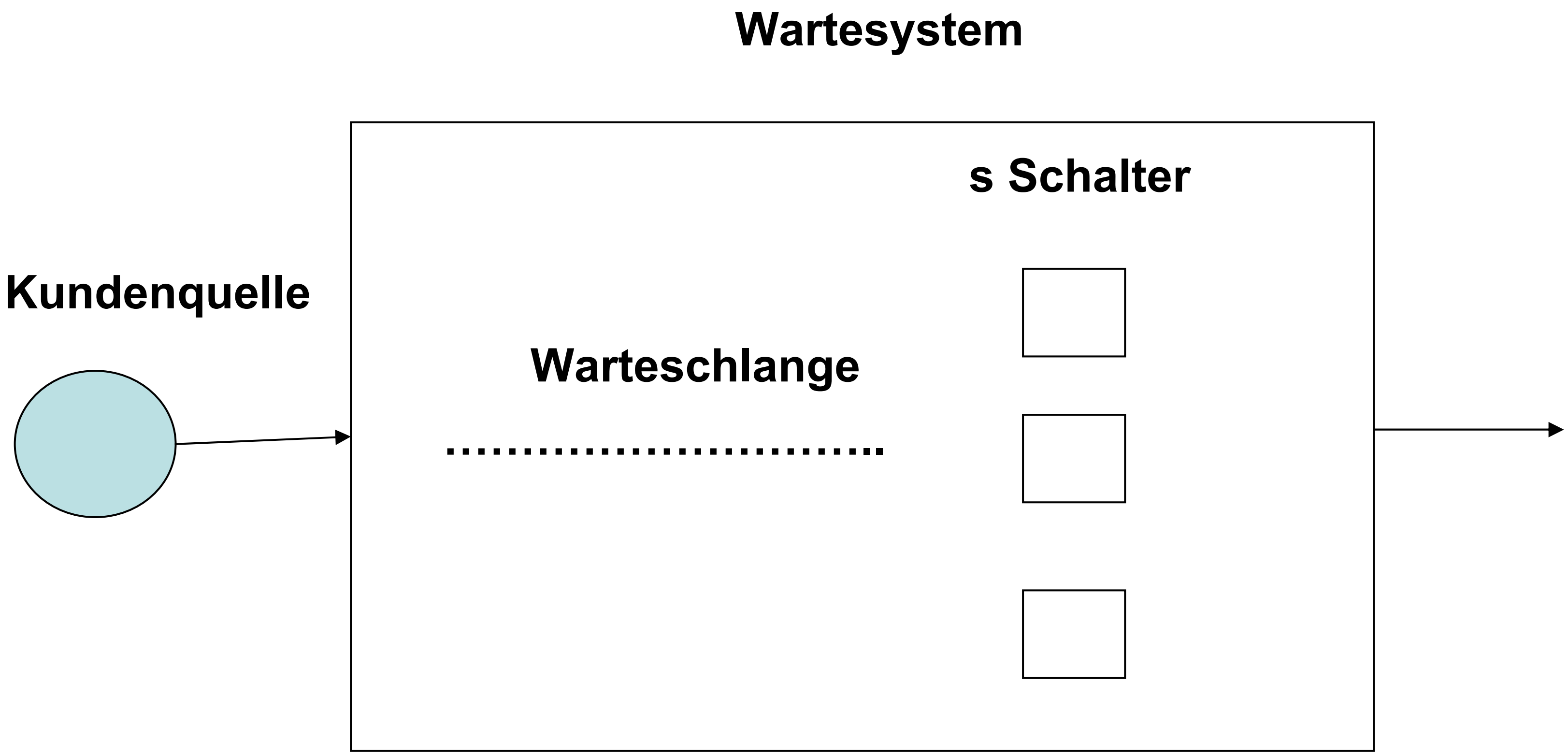
$$\text{Min} \sum_{j=1}^{n} [K\delta(u_j) + hx_{j+1}]$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 = x_{n+1} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} x_j &= x_{j+1} - u_j + r_j \\ 0 \le u_j &\le x_{j+1} + r_j \end{aligned}\right\} \quad \textbf{j=1,…,n}$$

→ **Algorithmus von Wagner und Whitin**

6. Warteschlangen



→ Zwischenankunftszeit, Bedienungszeit, Wartezeit

6.1 M/M/1 - System

Ankunfts- und Bedienprozess sind stochastisch unabhängige Poisson-Prozesse mit Ankunftsrate und Bedienrate.

→Differentialgleichungssystem für $p_j(t)$ = Wahrscheinlichkeit, dass Anzahl der Kunden zum Zeitpunkt t j beträgt, Übergangsgraph.

→Gleichgewichtsfall, falls Konvergenzbedingung erfüllt. (System ist im Gleichgewicht für große t)

→Formeln für L, W, c_j, $\prod_j$,……

6.1 Erweiterungen

- M/M/1/r, ungeduldige Kunden, Littles Formel $L = \lambda W$ mit λ_{eff} statt λ

- M/M/s, M/M/s/r