Algorithmus 4.3.1 **(Nichtlineare unrestringierte Optimierungsprobleme — Abstiegsverfahren)**

Schritt 1. *Wähle ein* $\boldsymbol{x}^0 \in \mathbb{R}^n$ *und setze* $\nu := 0$.

Schritt 2. *Berechne* $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^\nu)$. *Falls* $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^\nu) = \boldsymbol{0}$[1], *terminiere.*

Schritt 3. *Bestimme ein* $\boldsymbol{s}^\nu \in \mathbb{R}^n$ *mit* $\boldsymbol{s}^{\nu T}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^\nu) < 0$.

Schritt 4. *Berechne ein* $\delta_\nu > 0$ *mit* $F(\boldsymbol{x}^\nu + \delta_\nu \boldsymbol{s}^\nu) < F(\boldsymbol{x}^\nu)$.

Schritt 5. *Setze* $\boldsymbol{x}^{\nu+1} := \boldsymbol{x}^\nu + \delta_\nu \boldsymbol{s}^\nu$ *und* $\nu := \nu + 1$. *Gehe zu Schritt 2.* □

Ein $\boldsymbol{s}^\nu \in \mathbb{R}^n$ mit $\boldsymbol{s}^{\nu T}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^\nu) < 0$ heißt **Abstiegsrichtung**. Nach Satz 4.1.1 gibt es für jede Abstiegsrichtung ein $\delta' > 0$ mit $F(\boldsymbol{x}^\nu + \delta \boldsymbol{s}^\nu) < F(\boldsymbol{x}^\nu)$ für $0 < \delta \leq \delta'$. Die Größe δ_ν in Schritt 4 von Algorithmus 4.3.1 heißt **Schrittweite**. In der Regel wird man für δ_ν eine **optimale Schrittweite** wählen, für die

$$\phi_\nu(\delta_\nu) = \min_{\delta \in \mathbb{R}_+} \phi_\nu(\delta)$$

mit $\phi_\nu(\delta) := F(\boldsymbol{x}^\nu + \delta \boldsymbol{s}^\nu)$ gilt. Zur Bestimmung einer optimalen Schrittweite hat man also ein eindimensionales Minimierungsproblem zu lösen (vgl. hierzu Abschnitt 4.3.1). Man kann leicht zeigen, daß aus der Konvexität von F auf $\mathbb{R}^n$ die Konvexität von ϕ_ν auf $\mathbb{R}_+$ folgt.

---

[1] Bei einer Implementierung des Algorithmus ist eine solche „Abfrage auf $\boldsymbol{0}$" etwa durch die Abfrage $|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^\nu)| < \epsilon$ mit einer geeigneten Fehlerschranke $\epsilon > 0$ zu ersetzen.