Universität Karlsruhe
Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research
Prof. Dr. Neumann
Steffen Hagmayer
Bau IV, Raum 110, Tel: 608-2949

Karlsruhe, 30.06.2005

Übungen zur Vorlesung „Einführung in das Operations Research II“
Blatt 11

Aufgabe 36:

Es ist Feierabend und mal wieder schwülheiß in Karlsruhe. Ein Eisverkäufer steht mit seinem fahrbaren Eisstand auf dem Marktplatz. Lechzende Kunden kommen gemäß einem poissonschen Ankunftsstrom mit einer Ankunftsrate von 96 pro Stunde an. Die Zeit, die der Eisverkäufer in der Hitze zum Bedienen eines Kunden benötigt, sei exponentialverteilt und betrage durchschnittlich eine halbe Minute. Nehmen Sie an, dass beliebig viele Kunden auf dem Marktplatz warten können und alle Kunden ihr Eis unbedingt haben wollen. Ferner soll die Bedienzeit unabhängig vom Eintreffen der Kunden sein.

a) Klassifizieren Sie obiges Wartesystem

b) Geben Sie Ankunfts- und Bedienungsrate an (Zeiteinheit = 1 Stunde) und skizzieren Sie den Übergangsgraphen für das vorliegende Wartesystem.

c) Berechnen Sie die stationären Wahrscheinlichkeiten π_j für alle j = 0,1,2…

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf lange Sicht der Eisverkäufer keinen Kunden zu bedienen hat?

e) Bestimmen Sie die mittlere Anzahl der vor dem Eisstand schwitzenden Kunden.

f) Wie lange wartet ein Kunde im Schnitt, bis er sein Eis erhält?

Aufgabe 37:

Ein Zahnarzt behandelt seine Patienten in der Reihenfolge, in der sie in seinem mit 4 Sesseln ausgestatteten Wartezimmer eintreffen. Er hat festgestellt, dass die Zwischenankunftszeiten seiner Patienten einer Exponentialverteilung mit dem Parameter λ genügen, während seine Behandlungszeiten exponential-verteilt mit dem Parameter μ sind. Im Schnitt treffen bei ihm 5 Patienten pro Stunde ein, und er kann durchschnittlich 6 Patienten in der Stunde behandeln. Er nimmt an, dass Patienten, die ankommen, wenn alle Sessel im Wartezimmer besetzt sind, stehend warten.

a) Skizzieren Sie den Übergangsgraphen und bestimmen Sie die stationären Wahrscheinlichkeiten.

b) Bestimmen Sie:
- b1) die erwartete Anzahl der Patienten in der Praxis um im Warteraum.
- b2) die mittlere Wartezeit eines Patienten, bevor er zur Behandlung kommt, und seine mittlere Verweildauer in der Praxis.
- b3) die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient nicht zu warten hat, und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er stehen muss.

c) Beantworten Sie a) und b) für den Fall, dass die Patienten nicht warten, wenn sie im Wartezimmer alle Sessel besetzt vorfinden.

d) Wie viele Patienten verliert der Zahnarzt dadurch, dass er nur 4 Sessel besitzt und seine Patienten nicht bereit sind zu warten?

Da unser Zahnarzt sich nach einiger Zeit ziemlich überlastet fühlt, nimmt er einen Kollegen in seine Praxis auf, dessen Behandlungszeiten die gleiche Verteilung aufweisen. Das Wartezimmer wird nicht verändert.

e) Bestimmen Sie Übergangsgraph und stationäre Wahrscheinlichkeiten für beide oben genannten Fälle des Patientenverhaltens.

f) Beantworten Sie b) für den Fall des M/M/2 – Modells mit beschränktem Warteraum, und bestimmen Sie den „Grad der Inanspruchnahme“ der Zahnärzte.

Dieses Übungsblatt wird in den Tutorien vom 4.07.2005 bis 8.07.2005 besprochen. Bis zum 5. Juli müssen Sie Ihr Programm für die Rechnerübung in der vor meiner Tür angebrachten Kiste eingeworfen haben. Nur abgegebene Programme können bewertet werden.