

Algorithmus 3.5.5 (Asymmetrisches HRP — Branch-and-Bound-Verfahren von Carpaneto und Toth)

Schritt 1

Falls $c_{ij} = \infty$, setze $s_{ij} := 0$; andernfalls $s_{ij} := -1$. Der resultierende Vektor s ist das einzige Element von L_s (L_s ist als Heap zu speichern).

Bestimme eine optimale Lösung X des Zuordnungsproblems mit der Kostenmatrix $C(s)$. Sei $c(X)$ der zugehörige Zielfunktionswert. Ist X ein Hamiltonscher Zyklus, so setze $Z^+ := X$ und $B := c(X)$ und gehe zu Schritt 5; andernfalls setze $B := \infty$ und $b(s) := c(X)$.

Schritt 2

Ist $L_s = \emptyset$, dann gehe zu Schritt 5; andernfalls entferne minimales s^* aus L_s (d.h., entferne ein $s^* \in L_s$ mit $b(s^*) = \min_{s \in L_s} b(s)$ aus L_s).

Falls $b(s^*) \geq B$, gehe zu Schritt 5.

Schritt 3 (kann weggelassen werden) ¹

Die optimale Lösung X^* des Zuordnungsproblems mit der Kostenmatrix $C(s^*)$ stellt ein System von Kurzzyklen dar. Ausgehend von X^* , konstruiere mit Hilfe des Patching-Algorithmus (Algorithmus 3.5.4) einen Hamiltonschen Zyklus Z . Ist $c(Z) < B$, so setze $Z^+ := Z$ und $B := c(Z)$.

Schritt 4

Sei X^* die ermittelte optimale Lösung des Zuordnungsproblems mit der Kostenmatrix $C(s^*)$. Erzeuge sukzessiv Söhne von s^* , indem die Variablen x_{ij} , die den Pfeilen (i, j) mit $s_{ij}^* = -1$ eines Kurzzyklus von X^* mit minimaler Pfeilzahl entsprechen, wie oben beschrieben fixiert werden.

Sobald ein Sohn s von s^* konstruiert worden ist, bestimme eine optimale Lösung X des Zuordnungsproblems mit der Kostenmatrix $C(s)$.

Falls $c(X) < B$ gilt und X ein Hamiltonscher Zyklus ist, setze $Z^+ := X$ und $B := c(X)$.

Falls $c(X) < B$ gilt und X kein Hamiltonscher Zyklus ist, füge s in L_s ein und setze $b(s) := c(X)$.

Sind alle Söhne von s^* erzeugt (und die entsprechenden Zuordnungsprobleme gelöst) worden, gehe zu Schritt 2.

Schritt 5

Terminiere.

Gilt $B < \infty$, dann ist Z^+ ein kürzester Hamiltonscher Zyklus von \vec{G} mit der Länge B . Im Fall $B = \infty$ enthält \vec{G} keinen Hamiltonschen Zyklus. \square